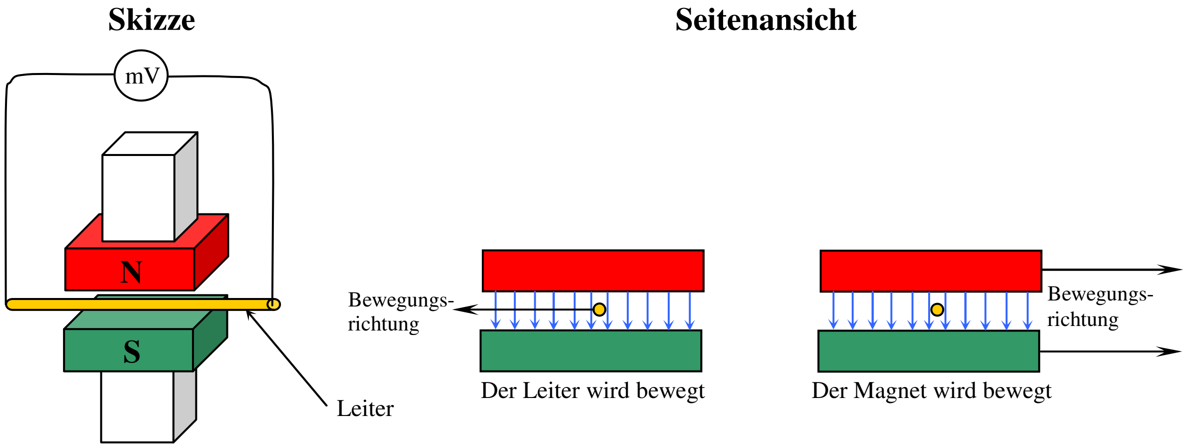
Das Induktionsgesetz

Durch die Wechselwirkung zweier Magnetfelder haben wir das Motorprinzip erarbeitet und daraus Motoren entwickelt, die elektromagnetische Energie in Bewegungsenergie umladen.

In diesem Abschnitt fragen wir uns, ob dieser Vorgang umkehrbar ist. Aus unserer Erfahrung mit einem Dynamo am Fahrrad wissen wir natürlich, dass dies möglich ist. Versuchen wir das Motorprinzip umzukehren und die Vorgänge exakt zu klären. Dazu betrachten wir immer ein homogenes Magnetfeld. Dies ist nur zwischen zwei unterschiedlichen Polen zweier Magnete zu erreichen. Natürlich genügt ein Magnet, um einen Induktionseffekt zu erzielen. Dann kann aber nur für diese Maschine mittels Tabellen und Oszilloskop-Bildern die Induktionsspannung angegeben werden. Daher betrachten wir nur homogene Felder. Abgesehen von der sich im Magnetfeld wirksamen Leiterlänge sind die Anschlüsse magnetisch isoliert.

A) Versuch



Beobachtung

1. Wird ein gerader Cu-Leiter in einem Magnetfeld senkrecht zu der Richtung des Feldes bewegt, so ist ein Zeigerausschlag zu beobachten. Kehren wir die Bewegungsrichtung um, so schlägt der Zeiger in die entgegengesetzte Richtung aus.
2. Bewegen wir nun stattdessen den Magneten und lassen den Cu-Leiter ruhen, so schlägt der Zeiger entsprechend aus.

Auswertung

1. Wird ein zylindrischer Cu-Leiter relativ zu einem Magnetfeld so bewegt, dass die Bewegungsrichtung senkrecht zu der Richtung des Feldes stattfindet, so messen wir ein Potentialgefälle. Der Zeigerausschlag hängt nur von der relativen Bewegungsrichtung ab. Das Messgerät zeigt $2\,\mathrm{mV}$ an.

Definition

*Das entstehende **Potentialgefälle** heißt **Induktionsspannung***, in Zeichen u_{ind}.

B) Hängt dieser Versuch vom verwendeten Material ab?

Wir verwenden nun einen Fe-Leiter, einen Al-Leiter, einen Zn-Leiter und einen Konstantan-Leiter. Alle Leiter haben den Durchmesser 0,5 mm.

Das Induktionsgesetz

Beobachtung

In allen Fällen zeigt das Messgerät $2\,\text{mV}$ an.

Auswertung

2. Die ***Induktionsspannung*** hängt ***nicht*** von dem verwendeten Metall ab.

C) Versuch

Wir verändern die Durchmesser der verschiedenen Leiter.

Beobachtung

In allen Fällen zeigt das Messgerät $2\,\text{mV}$ an.

Auswertung

3. Auch die Veränderung der Durchmesser ergibt keine andere ***Induktionsspannung***.

Untersuchen wir die Induktionsspannung genauer.

Von welchen Größen hängt die Induktionsspannung exakt ab?

D) Erweiterter Versuch

Wir schalten gleich große Magnetfelder nebeneinander und erhöhen so die wirksame Leiterlänge.

4. Die ***Induktionsspannung*** ist proportional zur wirksamen Leiterlänge.

$$u_{\text{ind}} \sim \ell$$

Nun erhöhen wir die Stärke des Magnetfeldes.

5. Die ***Induktionsspannung*** ist proportional zur Stärke des Magnetfeldes H.

$$u_{\text{ind}} \sim H$$

Jetzt verändern wir die Relativgeschwindigkeit der Bewegung.

6. Die ***Induktionsspannung*** ist proportional zur Relativgeschwindigkeit der Bewegung.

$$u_{\text{ind}} \sim v$$

Fassen wir bisher zusammen.

Für die ***Induktionsspannung*** eines zylindrischen Leiters gilt

$$u_{\text{ind}} \sim v \cdot H \cdot \ell \,.$$

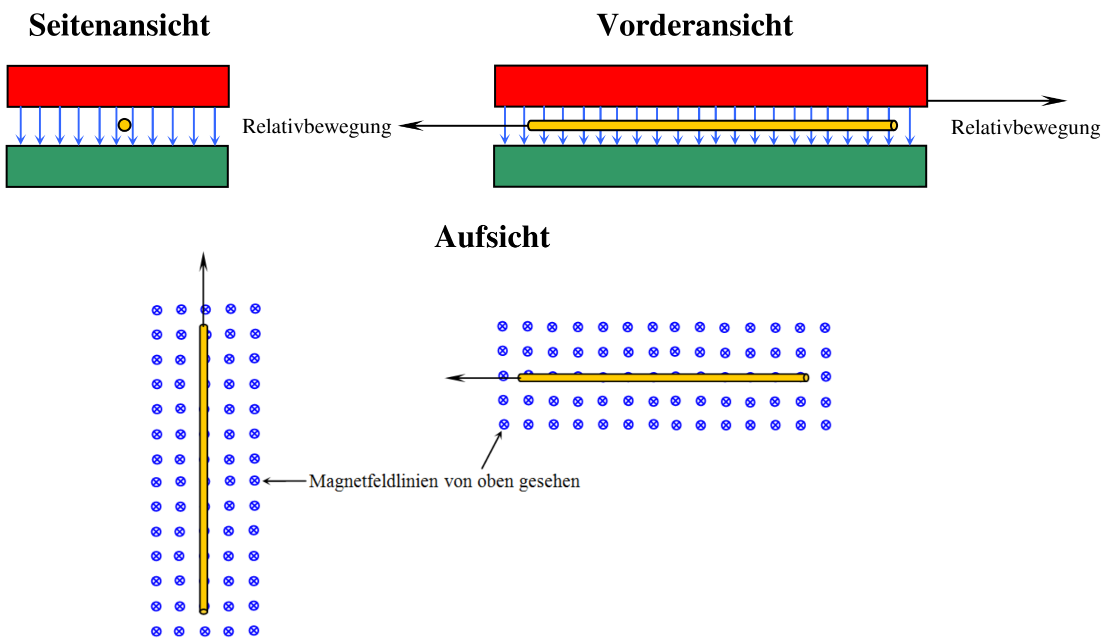
Für die Gleichung benötigen wir eine Proportionalitätskonstante μ_0. Damit gilt

$$u_{\text{ind}} = \mu_0 \cdot v \cdot H \cdot \ell \text{, wenn } v,\ H, \text{ und } \ell \text{ konstant sind.}$$

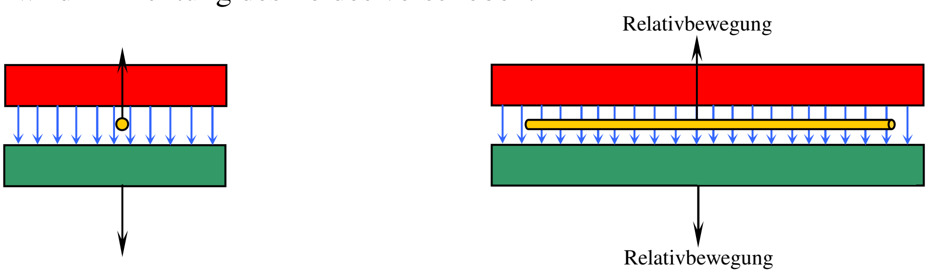
Ein Einheitenvergleich zeigt, dass $E = \mu_0 \cdot v \cdot H$ ein elektrisches Feld ist. Insbesondere hat die Proportionalitätskonstante die Einheit $[\mu_0] = 1\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$. Sie beträgt in Luft etwa $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$. Das elektrische Feld hat damit die Einheit $[E] = 1\frac{\text{V}}{\text{m}}$.

E) Versuch

I. Der Leiter wird seitwärts zur Richtung des Feldes verschoben.



II. Der Leiter wird in Richtung des Feldes verschoben.

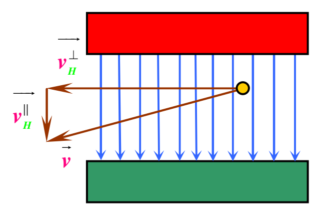


Beobachtung

In beiden Fällen beobachten wir ***keine Induktionsspannung***. Das Messgerät zeigt 0 mV an.

Auswertung

Bewegen sich Leiter und Magnetfeld mit der Relativgeschwindigkeit v zueinander, so ist die ***Induktionsspannung*** nur von dem senkrechten Anteil $v_H^{\perp}$ der Relativgeschwindigkeit v zum Magnetfeld abhängig.

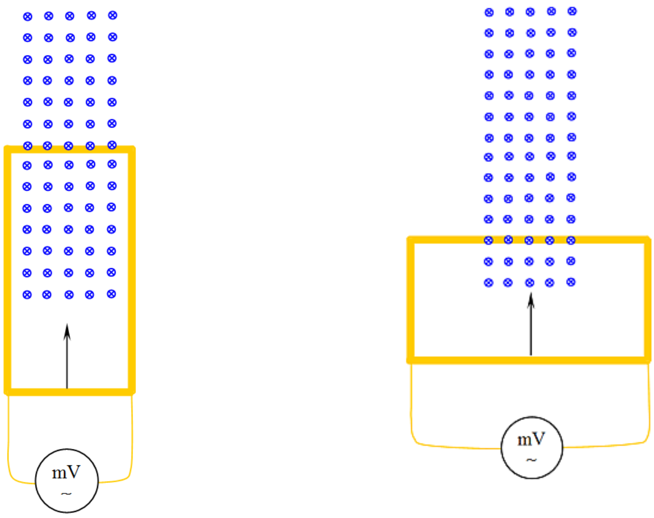


Die ***Induktionsspannung*** soll vergrößert werden. Daher ersetzen wir nun den Leiter durch eine rechteckige Spule mit 50 Windungen und anschließend durch eine rechteckige Spule mit 100 Windungen.

F) Versuch

Die Spulen werden so in das Magnetfeld geschoben, dass 50 bzw. 100 Leiter die Feldlinien schneiden. Zur Auswertung nehmen wir ein Voltmeter mit Wechselspannungsanzeige.

Skizze



Beobachtung

Das Messgerät zeigt in beiden Fällen 100 mV bei 50 Leitern und 200 mV bei 100 Leitern an.

Auswertung

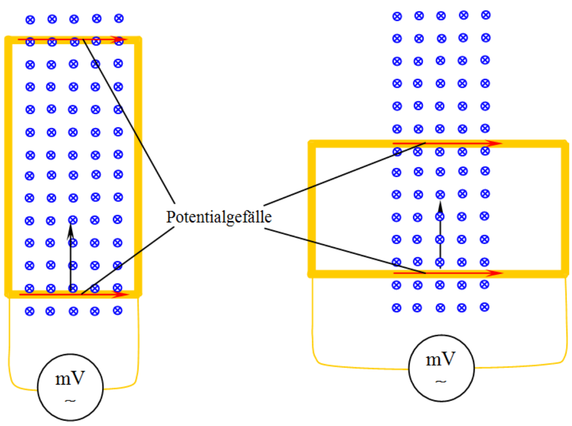
Die *Induktionsspannung* von n Leitern in Reihe ist n-mal so groß wie die *Induktionsspannung* eines einzelnen Leiters.

Die Spulen sollen nun in ihrer Gänze im Magnetfeld bewegt werden.

G) Versuch

Die Spulen werden so in dem Magnetfeld bewegt, dass gegenüberliegende Seiten der Spulen die Feldlinien schneiden.

Skizze



Beobachtung

Das Messgerät zeigt in beiden Fällen ***keine Induktionsspannung***, also 0 mV an.

Auswertung

1. Die ***Induktionsspannungen*** in den gegenüberliegenden Leitern sind gleich groß und haben dasselbe Gefälle. Daher heben sich die ***Induktionsspannungen*** in den gegenüberliegenden Leitern auf.

Stellen wir die Spulen senkrecht zu den Feldlinien und bewegen sie, so ändert sich nichts an der Messwertanzeige. Das Messgerät zeigt in beiden Fällen ***keine Induktionsspannung***, also $0\,\mathrm{mV}$ an.

Fassen wir alle bisherigen Ergebnisse zusammen.

Die Induktionsspannung u_{ind} hängt ab von

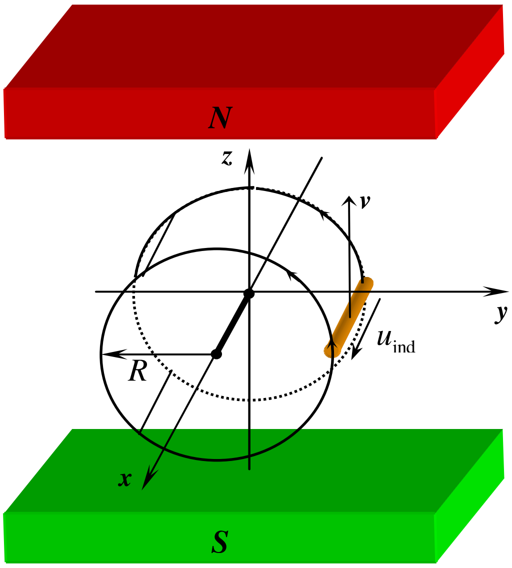
- der wirksamen Leiterlänge ℓ,
- der Stärke des magnetischen Feldes H,
- von dem senkrechten Anteil $v_H^{\perp}$ der Relativgeschwindigkeit v zwischen der wirksamen Leiterlänge ℓ und der magnetischen Feldstärke H.

Es gilt

$$\boxed{u_{\mathrm{ind}} = v_H^{\perp} \cdot \mu_0 \cdot H \cdot \ell \text{, wenn } v, H, \text{ und } \ell \text{ konstant sind.}}$$

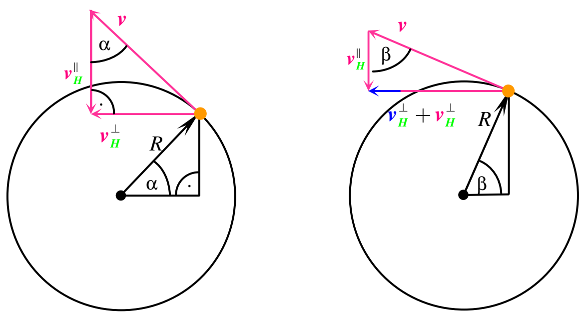
H) Versuch

Ein Leiter rotiert auf einer Zylinderoberfläche in einem konstanten Magnetfeld der Stärke H.

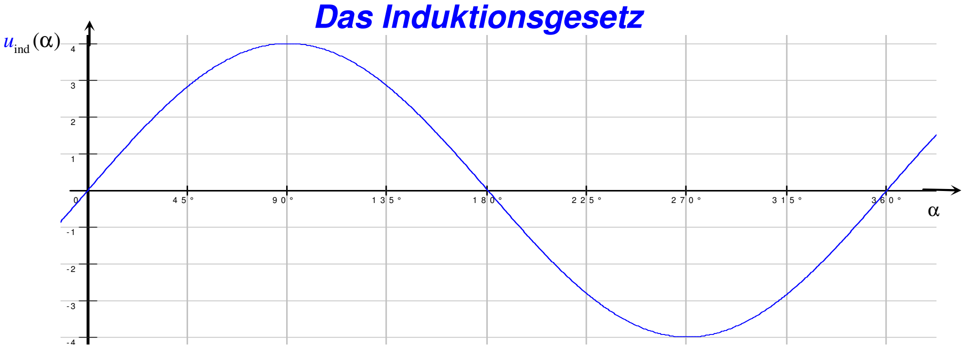


Die Geschwindigkeit ist tangential an einen Kreis des Zylinders, da der Leiter in diese Richtung flöge, würde er nicht gezwungen auf der Zylinderoberfläche zu bleiben. Es ist daher schwierig, die Geschwindigkeit $v_H^{\perp}$ zu bestimmen, da sie sich ständig ändert.

Betrachten wir zwei Momentanaufnahmen des Leiters.



Da beide Dreiecke gleiche Winkel besitzen, sind sie ähnlich. Folglich betrachten wir die Bewegung bezüglich des Winkels α. Bewegt sich der Leiter ein Stück weiter, so verändert sich die Länge $v_H^{\perp}$ um das kleine blaue Stück $v_H^{\perp}$. Dieses Stück entspricht der Winkelveränderung von α auf β. Die Geschwindigkeit $v_H^{\perp}$ ist in diesem Fall von dem Winkel α abhängig. Wieder gilt nach Pythagoras $v^2 = \left(v_H^{\perp}\right)^2 + \left(v_H^{\parallel}\right)^2$. Tragen wir den Winkel α auf der 1. Achse eines Koordinatensystems und die negative Induktionsspannung $u_{\mathrm{ind}}(\alpha) = v_H^{\perp}(\alpha) \cdot \mu_0 \cdot H \cdot \ell$ auf der 2. Achse auf, so erhalten wir folgenden Funktionsgraphen. Dies ist eine ***Wechselspannung***. Wegen $v_H^{\perp}(\alpha) = v \cdot \sin(\alpha)$ heißt die ***Wechselspannung*** auch ***Sinusspannung***.



Es gilt damit für den rotierenden Leiter $\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(\alpha) = \boldsymbol{v} \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \ell \cdot \sin(\alpha)$.

Schalten wir einen zweiten Leiter diametral gegenüber zu einer rechteckigen Leiterschleife zusammen, so erhöht sich die ***Induktionsspannung*** auf das Doppelte.

Erweitern wir die Schleife zu einer Spule mit n Schleifen, so erhalten wir die n-fache ***Induktionsspannung*** einer Schleife.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{\text{ind}}(\alpha) &= 2n \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{v}_H^{\perp}(\alpha) \cdot \boldsymbol{H} \cdot \ell \\ &= 2n \cdot \boldsymbol{v} \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \ell \cdot \sin(\alpha), \end{aligned}$$

wobei ℓ ist die Zylinderlänge, $\boldsymbol{H}$ die Stärke des konstanten Magnetfeldes und $\boldsymbol{v}$ die Rotationsgeschwindigkeit sind.

In der Oberstufe lernen wir noch folgenden Zusammenhang kennen. Ist f die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde, ***Frequenz*** genannt, dann legt der Leiter die Strecke $2R \cdot \pi \cdot f = R \cdot \omega$ pro Sekunde zurück, wobei die Zahl ω ***Kreisfrequenz*** heißt. Die Geschwindigkeit ist dann $\boldsymbol{v} = R \cdot \omega$. Mit $D = 2R$ als der Durchmesser der Spule kann die Induktionsspannung folglich mit ***Hilfe der Mathematik*** auch geschrieben werden als

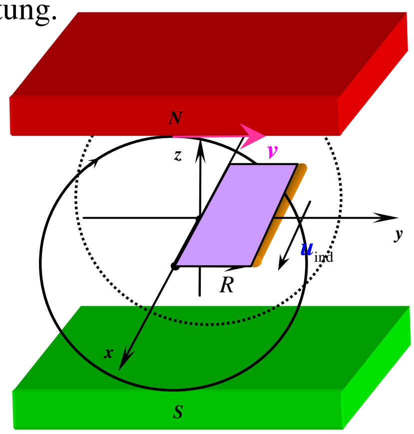
$$\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(t) = n \cdot \omega \cdot \ell \cdot D \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \sin(\omega t) = n \cdot \omega \cdot A \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \sin(\omega t),$$

wobei $\ell \cdot D = A$ die Fläche der Spule darstellt.

Eine physikalische Interpretation ist aber ***nicht erlaubt***!

Bemerkung

Interessant ist nun der Übergang zu dem ruhenden Leiter und zu dem sich drehenden Magnetfeld. Das Ergebnis ändert sich dabei nicht, da es doch nur auf die Relativbewegung ankommt. Das Magnetfeld dreht nur in die entgegengesetzte Richtung.



Der ruhende Leiter bemerkt eine sich ändernde Magnetfeldstärke. Sie ist jetzt von der Zeit t abhängig.

$$\boldsymbol{H}(t) = \boldsymbol{H} \cdot \sin(\omega t)$$

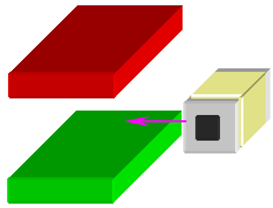
Die Induktionsspannung wird nun wie folgt beschrieben.

$$\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(t) = \boldsymbol{v} \cdot \ell \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \sin(\omega t)$$

In diesem Fall ist die Induktionsspannung maximal, wenn die Richtung des $\boldsymbol{H}$-Feldes zu der ***Fläche*** gebildet aus Drehachse und Leiter parallel steht. Mit $\boldsymbol{v} = \omega \cdot R$ und $R \cdot \ell = \frac{A}{2}$ ergibt sich wieder $\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(t) = \omega \cdot \frac{A}{2} \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H} \cdot \sin(\omega t)$.

Dieses Ergebnis aus dem Blickwinkel des Leiters ist wichtig, da der Leiter nur merkt, dass sich eine Magnetfeldstärke ändert. Er weiß aber nicht, wer oder was die Veränderung bewirkt.

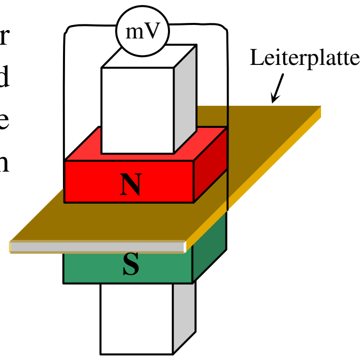
Abschließende Bemerkung



Eine Spule wird symmetrisch seitwärts in ein inhomogenes Magnetfeld eingeführt (siehe Bild). Folglich ist es egal wie die Spule in das Magnetfeld eingeführt wird, eine Spannung wird immer induziert.

Jeder wird bemerkt haben, dass wir an dieser Stelle nicht darauf eingegangen sind, worin die wirkliche Ursache einer Induktionsspannung liegt bzw., was im oder um den Leiter geschieht. Dies ist an dieser Stelle auch unnötig. Wir kommen in der Oberstufe darauf zurück. Warum, das sehen wir am nächsten Beispiel.

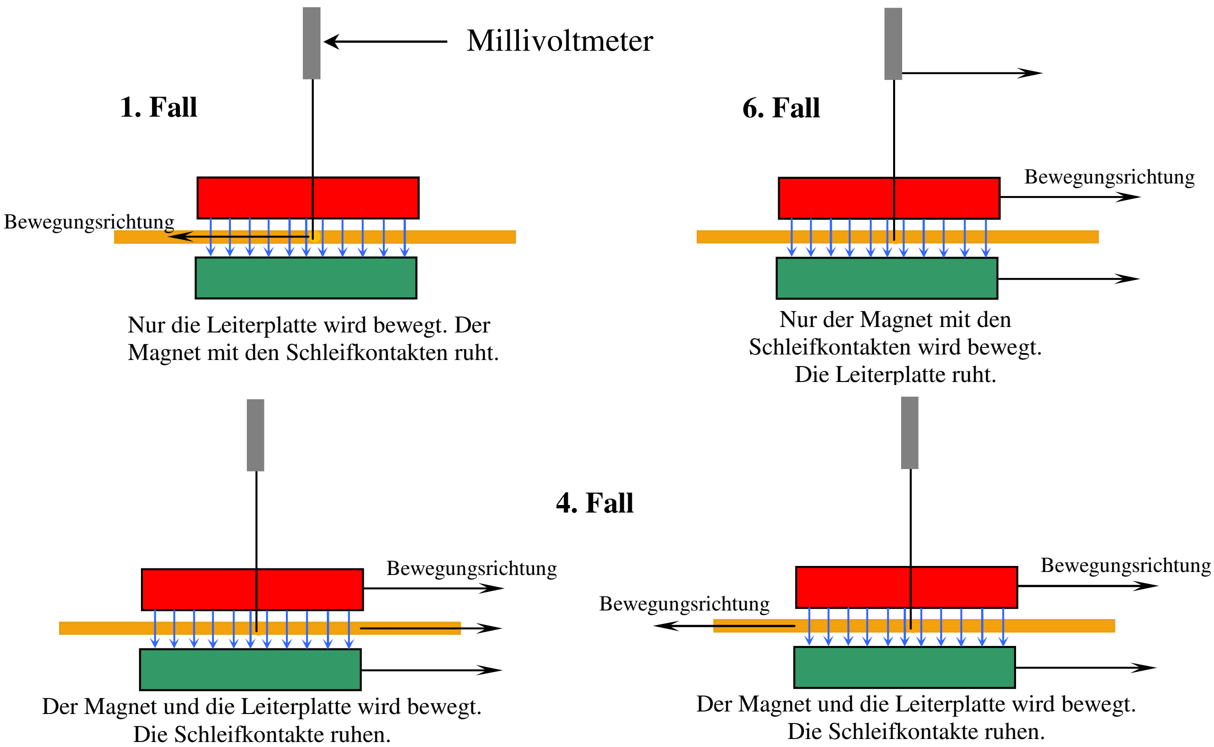
I) Versuch: Der Homopolar- oder Unipolargenerator



In diesem Fall betrachten wir eine elektrisch leitende Platte aus Metall oder Kohlenstoff. Die Platte wird nur soweit verschoben, dass das Magnetfeld immer ganz in die Platte eintritt. An gegenüberliegenden Punkten der Platte sind Schleifkontakte angebracht. Die Leitungen sind immer noch magnetisch isoliert. Für das Magnetfeld genügt einer der beiden Magnete.

Insgesamt sind hier 6 (sechs) Fälle der Bewegung zu unterscheiden.

1. Nur die Leiterplatte wird bewegt.
2. Nur das Magnetfeld (der Magnet) wird bewegt.
3. Nur die Schleifkontakte werden bewegt.
4. Nur die Leiterplatte und das Magnetfeld werden bewegt.
5. Nur die Leiterplatte mit den Schleifkontakten wird bewegt.
6. Nur das Magnetfeld und die Schleifkontakte werden bewegt.



Ich gebe hier nur die Ergebnisse an!

Ad 1. Spannung!

Ad 2. Keine Spannung.

Ad 3. Spannung!

Ad 4. Spannung!

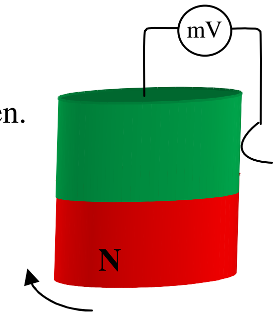
Ad 5. Manchmal!

Ad 6. Spannung!

Bewegt sich gar nichts oder alles mit gleicher Geschwindigkeit, so erhalten wir auch keine Spannung.

Es geht aber noch „schlimmer“! Nur der Nord- oder Südpol bleibt selbst als Platte. Die Stromabnehmer (Schleifkontakte) gleiten an dem langen Pol entlang.

Hierbei messen wir eine ***Induktionsspannung***!



Der Einfachheit halber nehmen wir einen Zylindermagneten und lassen ihn rotieren.

Auch hier eine ***Induktionsspannung***!

Bei diesen Rotationsbewegungen sind bewegte Koordinaten zu beachten, also liegt kein Modell eines Inertialsystems mehr vor. Zum Glück gilt $\omega = \Omega$.

Nur dann gibt es ***keine Induktionsspannung***, wenn beide ruhen oder gleichschnell drehen!

Kann es noch schlimmer kommen?

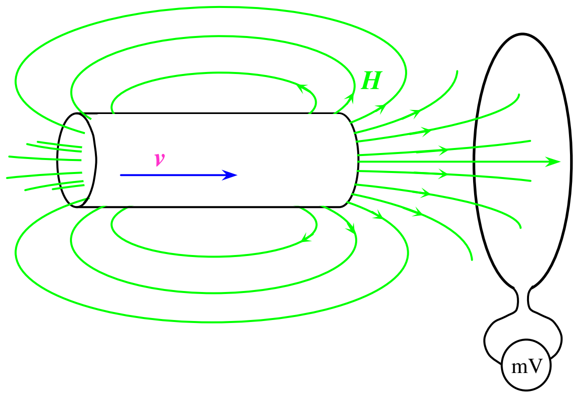
JA![1]

Der Vorteil einer solchen Maschine liegt in der Erzeugung konstanter Gleichspannung.

Inhomogenes Magnetfeld und Induktion

Versuch

Ein runder Stabmagnet wird in eine kreisförmige Leiterschleife eingeführt.



Beobachtung

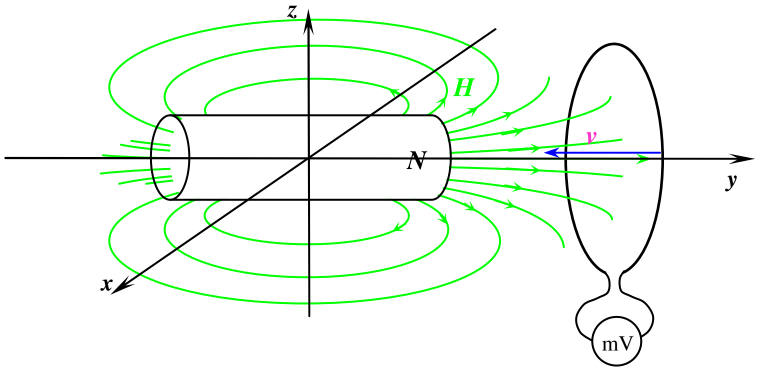
In der Leiterschleife wird ein Induktionsspannungsstoß beobachtet.

[1] http://www.mahag.com/srt/unipol.php

Auswertung

Wird der runde Stabmagnet in die Leiterschleife eingeführt, so ändert sich die Magnetfeldstärke $\boldsymbol{H}$ in dem kreisförmigen Leiter. Die Stärke des $\boldsymbol{H}$-Feldes in dem Leiter steigt an. Der Leiter „sieht" ein sich veränderndes Magnetfeld während der Bewegung.

Die Beschreibung der Induktionsspannung u_{ind} ist in diesem Fall nicht so einfach, da sich das Magnetfeld von Ort zu Ort ändert. Da es nur auf die Relativgeschwindigkeit ankommt, lassen wir den Magneten ruhen und bewegen die Leiterschleife. Das Magnetfeld ist symmetrisch zum Mittelpunkt des Magneten. Folglich legen wir den Ursprung des Koordinatensystems in diesen Punkt.



Aufgrund der Rotationssymmetrie des $\boldsymbol{H}$-Feldes, ist die Stärke des Magnetfeldes an einer festen Stelle y_0 in einem festen Abstand R von der y-Achse überall gleich groß. Ist R der Radius der Leiterschleife, so gilt $\boldsymbol{H}(x, y_0, z)$ ist konstant für alle x, z mit $x^2 + z^2 = R^2$ (Pythagoras). Halten wir die Schleife an der Stelle y_0 an, so messen wir an jeder Stelle der Leiterschleife eine konstante Feldstärke $\boldsymbol{H}(R, y_0)$.

Damit ist aber die Relativbewegung noch nicht beschrieben.

Zur Messung der Zeit benutzen wir eine Stoppuhr, beginnen folglich die Zeit ab 0 Sekunden zu zählen. Die Leiterschleife befindet sich zu Beginn der Messung an der Stelle y_0. Zum Zeitpunkt t befindet sich dann die Leiterschleife an der Stelle $y_0 - \boldsymbol{v} \cdot t$, da die Schleife bereits die Strecke $s = \boldsymbol{v} \cdot t$ zurückgelegt hat und die Bewegung gegen die y-Achse stattfindet. Die Schleife sieht also zum Zeitpunkt t die Magnetfeldstärke $\boldsymbol{H}(R, y_0 - \boldsymbol{v} \cdot t)$. Die wirksame Leiterlänge ist der Umfang des Kreises, also $\ell = 2\pi R$.

Die Induktionsspannung ist nun von der Zeit t abhängig. Wir erhalten

$$u_{ind}(t) = \boldsymbol{v} \cdot \mu_0 \cdot \boldsymbol{H}(R, y_0 - v \cdot t) \cdot 2\pi R,$$

wobei R der Radius und y_0 der Ort sowie $\boldsymbol{v}$ die konstante Geschwindigkeit der Leiterschleife sind.

An diesem relativ einfachen Beispiel erkennen wir die Schwierigkeiten zur korrekten Beschreibung der ***Induktionsspannung***.

Selbstverständlich wird in einem Versuch wie diesen ein Protokoll mit Messdaten, Bildern des Oszilloskops und Graphiken erstellt werden. Diese Daten beziehen sich nur auf diesen Magnet. Selbst wenn maschinell gleiche Magneten hergestellt werden, ist dieses Protokoll nur eine grobe Näherung.

Das Induktionsgesetz

Zeitlich veränderliche H-Felder

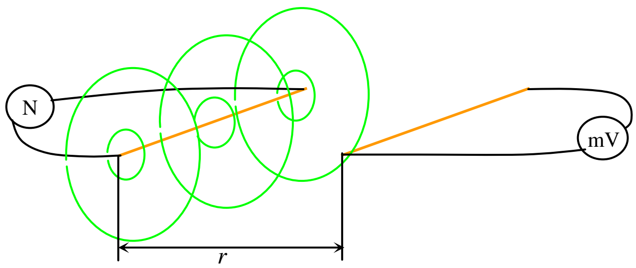
Dieser Abschnitt ist schwierig und daher nur als Information zu verstehen.

In allen bisherigen Versuchen haben wir die Stärke des homogenen Magnetfeldes nicht verändert.

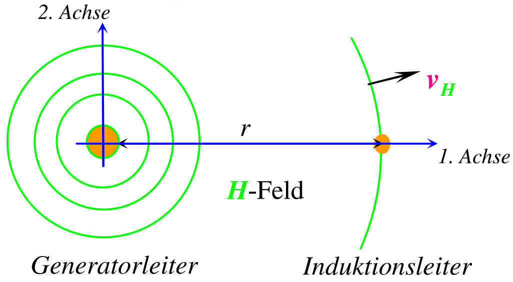
In folgendem Versuch hängt die Stärke des $\boldsymbol{H}$-Feldes von der Zeit t und von dem Abstand ab.

Versuch

Ein ruhender metallischer Leiter, Generatorleiter genannt, ist an eine Wechselspannung $\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_{\max} \cdot \sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$ mit einer Frequenz von $f = 50\frac{1}{s}$ angeschlossen. Parallel zu dem Generatorleiter ruht in einem Abstand r ein zweiter metallischer Leiter, Induktionsleiter genannt. Ein Millivoltmeter misst die Induktionsspannung.



Seitenansicht



v_H : Ausbreitungsgeschwindigkeit des H-Feldes

Durchführung

Die Wechselspannung des Netzgerätes wird variiert und die Stromstärke $I_{\sim}$ gemessen. Der Induktionsleiter der Länge $\ell = 15\,\mathrm{cm}$ ruht parallel im Abstand $r = 0{,}5\,\mathrm{cm}$, $r = 1{,}0\,\mathrm{cm}$, $r = 2{,}0\,\mathrm{cm}$, $r = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ und $r = 10{,}0\,\mathrm{cm}$. Die Induktionsspannung wird gemessen und in eine Tabelle eingetragen.

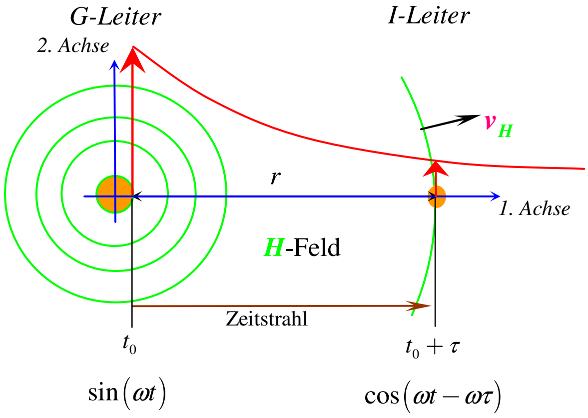
Tabelle

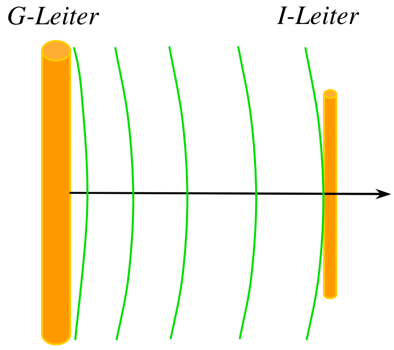
$\ell = 15\,\mathrm{cm}$	$I_{\sim}$	5 A	10 A	15 A	20 A	$\overline{u_{\mathrm{ind}} / I_{\sim}}$
$r = 0{,}5\,\mathrm{cm}$	u_{ind}	0,16 mV	0,33 mV	0,51 mV	0,65 mV	$3{,}29 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$
$r = 1{,}0\,\mathrm{cm}$	u_{ind}	0,13 mV	0,26 mV	0,41 mV	0,54 mV	$2{,}66 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$
$r = 2{,}0\,\mathrm{cm}$	u_{ind}	0,105 mV	0,22 mV	0,34 mV	0,46 mV	$2{,}22 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$
$r = 5{,}0\,\mathrm{cm}$	u_{ind}	0,06 mV	0,14 mV	0,19 mV	0,27 mV	$1{,}30 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$

Auswertung

Der Generatorleiter hat den Radius $r_0 = 1{,}13\,\mathrm{mm}$ und ruht im Koordinatenursprung, der Induktionsleiter ruht an der Stelle $r_0 + r$. An der Oberfläche des Generatorleiters wird die maximale magnetische Feldstärke gemessen. Diese magnetische Feldstärke nimmt mit dem Abstand stark ab (rote Pfeile in der Skizze) und benötigt für die Strecke r die Zeit $\tau = \frac{r}{v_H}$.

Auch die Feldstärke längs des Leiters ist nicht konstant. (Rechte Skizze)





Da die Physiker ratlos sind, wie die Induktionsspannung am einzelnen Leiter zu beschreiben ist, legen sie fest, dass die „magnetische Fläche" zwischen *G*- und *I*-Leiter zu berechnen ist. Sie erinnern sich an das Ergebnis unseres Leiters im bewegten Magnetfeld. Folglich betrachten Physiker nur noch Leiterschleifen. ***Merkwürdig bleibt, dass die Induktionsspannung in einem Leiter mit wachsendem Abstand steigt.***

Für die Begradigung des „fassartigen" Feldes $\boldsymbol{H}(r_0+r,t)$ wird der Mittelwert über die Leiterlänge berechnet. Außerdem wird der Mittelwert zwischen *G*- und *I*-Leiter berechnet. Es wird folglich auf ein „homogenes Magnetfeld" sich in der Zeit veränderndes Feld in der Fläche zwischen *G*- und *I*-Leiter umgerechnet. Bezeichnen wir diesen Mittelwert mit

$$\boldsymbol{M}(r_0+r,t).$$

Da an jedem Punkt des Leiters die magnetische Feldstärke (roter Pfeil in der linken Skizze) senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung sowie der gedachten Fläche gebildet aus Generator- und Induktionsleiter steht, tritt eine Verschiebung des Winkels um 90° ein, um die Induktionsspannung längs des Leiters zu erhalten. (vgl. dazu die Bemerkung Seite 6). Daher erscheint im Induktionsleiter nicht eine Sinusspannung, sondern eine Kosinusspannung. Zusätzlich ist die Laufzeitverschiebung $\tau=\frac{r}{\boldsymbol{v}_H}$ zu beachten ist. Am Induktionsleiter ist die Feldstärke aber erst nach $t_0+\tau$ angekommen. Somit ist $-\omega\tau$ zu addieren.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des magnetischen Feldes in der Luft ist etwa gleich der Lichtgeschwindigkeit $\boldsymbol{c}_0=\boldsymbol{v}_H$, so dass wir $\tau=\frac{r}{\boldsymbol{c}_0}$ finden. Da sich dieses Feld mit der Kreisfrequenz ω ändert (vgl. Bemerkung Seite 6), beträgt der Mittelwert der sich zeitlich verändernden Feldstärke folglich

$$\boldsymbol{M}(r_0+r)\cdot\omega\cdot\cos\left(\omega t-\frac{\omega r}{\boldsymbol{c}_0}\right).$$

Für die Induktionsspannung in einer Leiterschleife im Abstand $R_1<R_2$ erhalten wir

$$\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(r;t)=\omega\cdot\ell\cdot\mu_0\cdot\left(R_2\cdot\boldsymbol{M}(r_0+R_2)\cdot\cos\left(\omega t-\frac{\omega R_2}{\boldsymbol{c}_0}\right)-R_1\cdot\boldsymbol{M}(r_0+R_1)\cdot\cos\left(\omega t-\frac{\omega R_1}{\boldsymbol{c}_0}\right)\right).$$

Wegen $\frac{\omega r}{c_0}\approx 0$ gilt

$$\boldsymbol{u}_{\text{ind}}(r;t)=\omega\cdot\ell\cdot\mu_0\cdot\cos(\omega t)\left(R_2\cdot\boldsymbol{M}(r_0+R_2)-R_1\cdot\boldsymbol{M}(r_0+R_1)\right).$$