

Zusammenfassung der mechanischen dynamischen Größen

Als **schwere Masse** m wird die Menge (Schwere) eines Körpers oder mehrerer Körper im Gravitationsfeld mittels einer Balkenwaage definiert.

Die **träge Masse** wird durch einen zentralen Stoß definiert und ist unabhängig vom Gravitationsfeld. Bei genauer Betrachtung handelt es sich bei einer Balkenwaage nur um die Umlenkung des zentralen Stoßes, so dass eigentlich nur die **träge Masse** definiert ist. Hier liegt eine Tautologie vor!

Zuerst wird die schwere Masse 1 kg definiert, alle anderen sind dazu proportional. Die träge Masse 1 kg wird nun wie folgt festgelegt: Stoßen zwei schwerelose Körper zentral aufeinander, wobei der eine „ruht“ und die schwere Masse von 1 kg besitzt, der andere sich „bewegt“, so hat der sich „bewegende“ Körper die träge Masse 1 kg, wenn er nach dem Stoß „ruht“ und sich nun der vorher „ruhende“ auf der Geraden „bewegt“. Träge und schwere Massen sind demzufolge gleich! Die Masse ist eine **additive Größe** $m_{\text{ges}} = m_1 + m_2$ mit der Einheit $[m] = 1 \text{ kg}$ (**Kilogramm**).

Der **Lineare Impuls** p ist die Bewegungsmenge eines Körpers oder mehrerer Körper. Der Impuls ist eine **additive vektorwertige** Größe (zusätzlich geht die Richtung der Bewegung ein), d.h. $p_{\text{ges}} = p_1 + p_2$ mit der Einheit $[p] = 1 \text{ Hy}$ (Huygens) und ist **Träger der Energie** E .

In der „speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie“ ist die Masse selbst **Träger der Energie** E . Die **Energie** E hat die Einheit $[E] = 1 \text{ J}$ (**Joule**).

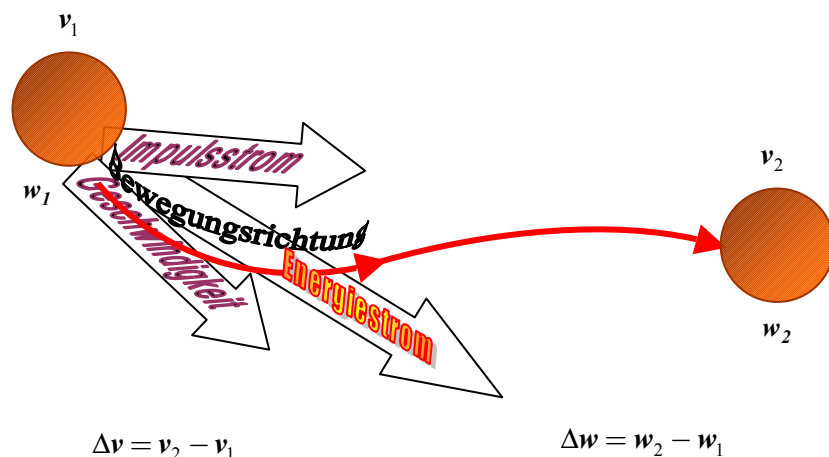
Die **vektorwertige Geschwindigkeit** v , gibt an, wie schnell sich eine Masse längs eines Weges w im Raum bewegt. Sie ist definiert durch $v = \frac{\Delta w}{\Delta t}$ (Wegdifferenz pro Zeitdifferenz). Sie hat die Einheit $[v] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Meter pro Sekunde).

Geschwindigkeiten sind immer **Relativgeschwindigkeiten**, da wir beim Messen der Weglänge unseren Standort einbringen. Wird nichts anderes gesagt, so ist die Erdoberfläche ruhend.

Impuls- und Energiestrom

Bezeichnungen

Δv	:	Geschwindigkeitsdifferenz
Δp	:	Lineare Impulsdifferenz
Δw	:	Wegdifferenz
Δt	:	Zeitdifferenz



Im obigen Bild ist der lineare Impuls- und Energiestrom dargestellt, wie er typischerweise bei einer Bewegung stattfindet. Der Drehimpulsstrom ist nicht eingezeichnet. Er ist aber vorhanden, da an jeder Stelle ein Kreis an die Kurve gelegt werden kann, der mit der „Krümmung“ der Kurve übereinstimmt. Darüber hinaus ist die Eigenrotation des Körpers nicht

Zusammenfassung der mechanischen dynamischen Größen

eingezeichnet. Bei einer Gesamtbetrachtung müssen selbstverständlich alle Komponenten für die Energiebetrachtung berücksichtigt werden. Linearer Impulsstrom und Geschwindigkeit müssen nicht dieselbe Richtung besitzen. Zwischen \boldsymbol{w}_1 und \boldsymbol{w}_2 kann sich auch ein flüssiges Medium (z.B. Öl) befinden. Damit würde die Impulsdifferenz noch deutlicher.

Der **Lineare Impulsstrom (die Kraft)** \boldsymbol{F} gibt an, welche **Lineare Impulsmenge** $\Delta \boldsymbol{p}$ pro Zeitabschnitt Δt der Körper aufgenommen oder abgegeben hat.

$$\boldsymbol{F} := \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t}.$$

Der **Energiestrom (Leistung)** P gibt an, welche **Energiemenge** ΔE pro Zeitabschnitt Δt auf oder von den Körper geströmt ist.

$$P := \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Da der **Impuls Träger der Energie** ist, besteht im linearen Fall der Zusammenhang $P = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}$ (\boldsymbol{v} ist die Geschwindigkeit an der Stelle \boldsymbol{w}) oder unabhängig von der Zeit

$$\Delta E = \boldsymbol{v} \cdot \Delta \boldsymbol{p} \text{ oder } \Delta E = v_1 \cdot \Delta p_1 + v_2 \cdot \Delta p_2 + v_3 \cdot \Delta p_3.$$

Soll die Energie E selbst berechnet werden, so muss die formale numerische Integration beherrscht werden.

Warnung: Auch hier wird nur eine Differenz berechnet. Wir betrachten sie deshalb als Integral der oberen Grenze (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung).

Wir übernehmen sie einfach. Es gilt: $\Delta(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p}) = \Delta \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta \boldsymbol{p}$ und $\Delta(\boldsymbol{p}) = \Delta(m \cdot \boldsymbol{v}) = \Delta m \cdot \boldsymbol{v} + m \cdot \Delta \boldsymbol{v}$ für $\boldsymbol{p} = m \cdot \boldsymbol{v}$. Ändert sich die Masse nicht $\Delta m = 0$, so ist: $\Delta \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p} = \Delta(\boldsymbol{v}) \cdot m \cdot \boldsymbol{v} = \Delta(m \cdot \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} \cdot \Delta \boldsymbol{p}$, also $\Delta(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p}) = 2 \cdot \boldsymbol{v} \cdot \Delta \boldsymbol{p}$. Aus $\Delta E = \boldsymbol{v} \cdot \Delta \boldsymbol{p}$ folgt nun $\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \Delta(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p}) = \Delta(\frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p})$. Also $\Delta(E - \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p}) = 0$. Die Energie beträgt somit $E = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{p} + E_0$. Hier ist E_0 die Energie, die der Körper zu Beginn hatte.

Zum Abschluss noch einige wichtige Größen der Mechanik

Impulsströme fließen auch in verschiedenen Materialien (Impulsstromleiter). In der Mechanik sind dies feste oder flüssige Körper (Gebäude, Seile, Flüssigkeiten mit Viskositäten). Die **Lineare Impulsstromdichte** $\boldsymbol{J}_p := \frac{P}{A} \boldsymbol{e}_A$, wobei $\boldsymbol{e}_A \perp A$ (Druck oder Zug) sagt aus, wie dicht der lineare Impulsstrom im Leiter fließt und ist nur von der betrachteten Stelle, nicht aber von der Fläche A abhängig.

Entsprechend haben wir die **Energiestromdichte** $\boldsymbol{J}_E = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{J}_p$. Hierbei ist \boldsymbol{v} die Geschwindigkeit an der betrachteten Stelle.

Mit dem **Energiestrom** $P = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}$ kann die **Energiestromdifferenz** zwischen diesen Stellen berechnet werden.

$$\Delta P = \Delta \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}.$$

Analogien

Schon bekannte Größen ließen sich jetzt übertragen.

Die **Impulsleitfähigkeit** σ_p gibt an, wie gut ein Stoff oder Material den Impuls leitet.

$$\boldsymbol{F} = \sigma_p \frac{A}{\Delta x} \Delta \boldsymbol{v} \text{ oder } \Delta \boldsymbol{p} = \sigma_p \frac{A}{\Delta x} \Delta \boldsymbol{v} \Delta t \text{ oder } \Delta \boldsymbol{p} = \sigma_p \frac{A}{\Delta x} \Delta \boldsymbol{w}$$

Daraus erhalte man die Größe $L_p = \sigma_p \frac{A}{\Delta x}$ des **Impulsleitwertes**. Der Kehrwert $R_p = \frac{1}{\sigma_p} \frac{\Delta x}{A}$ entspräche dem **Impulswiderstand**.