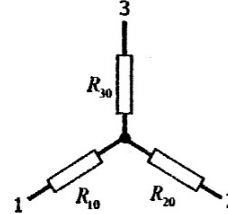
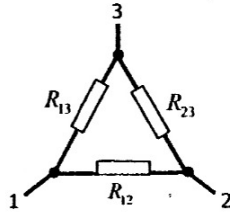


## Dreieck- und Sternschaltung (Pi- und T-Schaltung)

### Umwandlungen von Widerstandsschaltungen

Eine andere Möglichkeit die Umwandlung zu berechnen, bekommen wir durch die Messtechnik. Wir messen den Widerstand zwischen je zwei Punkten.



Der Widerstand zwischen den Punkten 1 und 2 der Dreieckschaltung beträgt

$$\frac{1}{R_{\text{ers}}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13} + R_{23}} \Rightarrow R_{\text{ers}} = \frac{R_{12}(R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Für die Sternschaltung erhalten wir  $R_{\text{ers}} = R_{10} + R_{20}$ . Diese müssen gleich sein, wenn die Schaltungen äquivalent sein sollen. Folglich ist

$$R_{10} + R_{20} = \frac{R_{12}(R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Entsprechend erhalten wir zwischen den Punkten 1 und 3 bzw. 2 und 3 den Widerstand

$$R_{10} + R_{30} = \frac{R_{13}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}, \quad R_{20} + R_{30} = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Addieren wir die ersten beiden Gleichungen und subtrahieren die letzte Gleichung, so folgt

$$R_{10} + R_{20} + R_{10} + R_{30} - (R_{20} + R_{30}) = \frac{R_{12}(R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} + \frac{R_{13}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} - \frac{R_{23}(R_{12} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \Leftrightarrow 2R_{10} = 2 \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Wir erhalten  $R_{10} = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ , entsprechend  $R_{20} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$  und  $R_{30} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ .

Natürlich kann die Sternschaltung auch in eine äquivalente Dreieckschaltung umgewandelt werden. Dazu lösen wir die letzten drei Gleichungen nach  $R_{12} + R_{13} + R_{23}$  auf und setzen gleich. Wir erhalten die

Gleichungen  $\frac{R_{12}R_{13}}{R_{10}} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{20}} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{30}}$ , bzw.  $\frac{R_{13}}{R_{10}} = \frac{R_{23}}{R_{20}}$ ,  $\frac{R_{12}}{R_{10}} = \frac{R_{23}}{R_{30}}$ ,  $\frac{R_{12}}{R_{20}} = \frac{R_{13}}{R_{30}}$  oder  $R_{13} = \frac{R_{10}}{R_{20}} R_{23}$ ,

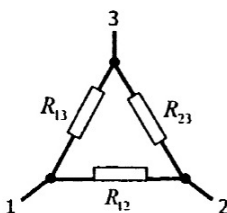
$R_{12} = \frac{R_{10}}{R_{30}} R_{23}$ ,  $R_{12} = \frac{R_{20}}{R_{30}} R_{13}$ . Setzen wir in  $(R_{12} + R_{13} + R_{23})R_{20} = R_{12}R_{23}$  ein, so folgt

$(\frac{R_{10}}{R_{30}} + \frac{R_{20}}{R_{30}} + 1)R_{20}R_{23} = R_{12}R_{23}$ , bzw.  $(\frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{10}})R_{10}R_{20} = R_{12}$ . Entsprechend  $(\frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{10}})R_{10}R_{30} = R_{13}$

und  $(\frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{10}})R_{20}R_{30} = R_{23}$ .

### Zusammenfassung

Eine Dreieck- bzw. Pi-Schaltungen kann in eine gleichwertige Stern- bzw. T- oder Y-Schaltung umgerechnet werden und umgekehrt.



$$\begin{aligned} R_{12} &= R_{10}R_{20}\left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}\right), \\ R_{13} &= R_{10}R_{30}\left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}\right), \\ R_{23} &= R_{20}R_{30}\left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}\right). \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} R_{10} &= \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}, \\ R_{20} &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}, \\ R_{30} &= \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}. \end{aligned}$$

