Wie die Rationalen Zahlen zur Erde kamen

Gruppenarbeit

Tag 1

Aristofferus, ein Gelehrter des alten Abendlandes, wurde vor 4000 Jahren von einem Raumschiff entführt, um die Intelligenz der Erdbewohner zu erforschen.

Mistelfix

Beauftragt war ein dünner, 160 cm großer Alien mit Namen Mistelfix. Natürlich steuerte ein intelligenter Computer das Raumschiff. Die Geschwindigkeit wurde in Warp angegeben.

Du begleitest das Raumschiff als Beobachter und Helfer.

Mistelfix schläft

Für den Übergang von 30 Warp auf 12 Warp rechnen sie

$$30\cdot\langle(2;5)\rangle=12\,.$$

Mistelfix ist wieder einmal vorlaut und preist sein Wissen an.

„Ha, ha! Ich rechne aber lieber $30\cdot\langle(12;30)\rangle=12$!“

Die Aliens nennen diese merkwürdigen Rechnung $30\cdot\langle(2;5)\rangle=12$ eine rationale Transformation und $\langle(2;5)\rangle$ eine rationale Zahl.

30 Warp wird auf 12 Warp durch die rationale Zahl $\langle(2;5)\rangle$ transformiert.

Aristofferus will diesen merkwürdigen Zahlen auf den Grund gehen. Schließlich war er immer sehr gut in Mathematik. Er überlegt und schreibt mit Kreide, die er immer dabei hat, auf eine Wand im Raumschiff.

$$30\cdot\_\_\_\ \ \_\_\_=12,\qquad 30\cdot\_\_\_\ \ \_\_\_=12$$

und setzt die Paare

$$(2;5)\text{ und }(12;30)$$

ein. Leider fehlt ihm noch eine der Rechenoperationen $+, -, \cdot, :$.

Du bist jetzt Aristofferus. Trage die Zahlen und die fehlende Rechenoperation ein.

Nach kurzer Überlegung sagt Aristofferus: „Aha!“ Er weiß nun wie die merkwürdigen Zahlen zustande kommen. Ich hoffe, du weißt es auch.

Da Aristofferus nur noch drei Stück Kreide in der Tasche hat, will er sparen.

Statt $\langle(2;5)\rangle$ **schreibt er jetzt** $\frac{2}{5}$**.**

Das ist kürzer und verbraucht weniger Kreide! „Hm, neue Schreibweise? Gut, gut!" Mistelfix grinst nachdenklich, wenn du die Verzerrung des Gesichtes so deutest.

Für *Erdlinge* gilt also $\langle(2;5)\rangle = \frac{2}{5}$**.**

Die rationale Zahl $\frac{2}{5}$ kommt zustande, indem ich 30 Warp mit 2 ______ und das Ergebnis durch 5 ______

Finde weitere Paare, die auch der rationalen Transformation $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ gehorchen.

(2;5)	$30 \cdot 2 \quad 5 = 12$	$30 \cdot \frac{2}{5} = 12$
(4;10)	$30 \cdot 4 \quad 10 = 12$	$30 \cdot \frac{4}{10} = 12$
(12;30)	$30 \cdot 12 : 30 = 12$	$30 \cdot \frac{12}{30} = 12$

Teste deine gefundenen Paare auch für Warp 10 und 20!

(2;5)	$10 \cdot \frac{2}{5} =$	$20 \cdot \frac{2}{5} =$
(12;30)	$10 \cdot \frac{12}{30} =$	$20 \cdot \frac{12}{30} =$

Aristofferus überlegt weiter.

Tag 2

Wenn diese rationalen Zahlen zu derselben rationalen Transformation gehören, dann müssen sie aber alle gleich sein. Sehr merkwürdig!

Aristofferus hält seine Überlegungen an der Wand fest.

Rationale Zahlen sind *gleich*, wenn sie zu ____________________ rationalen Transformation ____________________.

Mistelfix tritt wieder in Erscheinung. „Na, kommst du unseren Zahlen auf die Schliche?“

Aristofferus würdigt ihn keines Blickes. Er gibt den zwei Zahlen der rationalen Zahl noch einen Namen.

Die obere Zahl nennt er *Zähler*, die untere Zahl nennt er *Nenner*.

$$\frac{6}{35} \quad \begin{matrix} \longleftarrow \text{Zähler} \\ \longleftarrow \text{Nenner} \end{matrix}$$

$\boxed{\frac{2}{5} \overset{9}{=} \frac{18}{45}}$ **nennt er *erweitern mit* 9**

Der **Nenner** gibt folglich die Unterteilung des Ganzen an. Der **Zähler** dieselbe Unterteilung für den absoluten Anteil.

Zur **Sprechweise der rationalen Zahlen**: Der Zähler wird wie gewohnt gesprochen, an dem Nenner wird bis 19 ***tel*** angehängt, ab 20 ***stel***. **Ausnahme**: Statt ***zweitel*** sagst du ***halb***, wenn der Zähler eins ist und ***halbe***, wenn der Zähler mindestens zwei ist.

Beachte: In England wird wie in Babylonien gesprochen: 6 über 35!

Beispiele: $\frac{2}{5}$, gelesen als zwei fünftel. $\frac{6}{35}$, gelesen als sechs fünfunddreißigstel. $\frac{1}{2}$, gelesen als ein halb. $\frac{5}{2}$, gelesen als fünf halbe.

Auch Alien-Kinder müssen üben! Mache es ihnen nach.

Aristofferus schreibt alle gleichen rationalen Zahlen aus der Tabelle an die Wand. **Tag 3**

(Fülle aus!)

$$\frac{2}{5};\qquad \frac{4}{10};\qquad \frac{12}{30};\qquad \frac{\quad}{\quad};\qquad \frac{\quad}{\quad};\qquad \frac{\quad}{\quad};$$

Sehr aufmerksam betrachtet Aristofferus diese rationalen Zahlen. Ja! Dieselbe rationale Zahl hat mehrere Darstellungen. Aristofferus geht aufgeregt an der Wand auf und ab. Er schaut noch einmal auf die Wand und geht seine Tabellen durch.

„Osiris! Gib mir ein Zeichen!“

Eine Weile vergeht. „Ja! Warum bin ich nicht gleich darauf gekommen?“

Bei der rationalen Transformation $30\cdot\frac{2}{5}=12$ **habe ich doch auch** $\frac{2}{5}\overset{6}{=}\frac{12}{30}$ **notiert.**

Also kann ich irgendeine rationale Zahl hinschreiben und daraus unendlich viele rationale Transformation herstellen.

Stelle aus den folgenden rationalen Zahlen 5 verschiedene rationale Transformationen her.

$\frac{1}{2}$	$2\cdot\frac{1}{2}=1$	$4\cdot\frac{1}{2}=2$	$6\cdot\frac{1}{2}=3$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$
$\frac{3}{8}$	$8\cdot\frac{3}{8}=3$	$16\cdot\frac{3}{8}=6$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$
$\frac{7}{12}$	$12\cdot\frac{7}{12}=7$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$
$\frac{14}{25}$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$
$\frac{21}{81}$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$	$\cdot\frac{\quad}{\quad}=$

Aristofferus schrieb an die Wand.

<u>Nicht gekürzte *gleiche* rationale Zahlen liefern *verschiedene* rationale Transformationen.</u>

Beispiel: $\frac{2}{5}\overset{6}{=}\frac{12}{30}\Leftrightarrow 30\cdot\frac{2}{5}=12$ **und** $\frac{2}{5}\overset{9}{=}\frac{18}{45}\Leftrightarrow 45\cdot\frac{2}{5}=18$

Aristofferus kann jetzt ohne rationale Transformation sagen, wann rationale Zahlen gleich sind. Gemeinsame Teiler sind ihm bekannt.

Für dich hat Aristofferus eine kleine Hilfe eingebaut.

Übertrage deine gefundenen Paare von oben in die nachfolgende Tabelle. Berechne dann den **ggT** und die anderen fehlenden Stellen.

$\frac{2}{5}$	$\mathbf{ggT}(2;5)=1$	$\frac{2:1}{5:1}=\frac{2}{5}$
$\frac{12}{30}$	$\mathbf{ggT}(12;30)=$	$\frac{12:\quad}{30:\quad}=\frac{\quad}{\quad}$
$\frac{\quad}{\quad}$	$\mathbf{ggT}(\quad;\quad)=$	$\frac{\;:\;}{\;:\;}=\frac{\quad}{\quad}$
$\frac{\quad}{\quad}$	$\mathbf{ggT}(\quad;\quad)=$	$\frac{\;:\;}{\;:\;}=\frac{\quad}{\quad}$
$\frac{\quad}{\quad}$	$\mathbf{ggT}(\quad;\quad)=$	$\frac{\;:\;}{\;:\;}=\frac{\quad}{\quad}$

Die rationale Zahl $\frac{6}{35}$ nennt Aristofferus *die teilerfremde Darstellung*, denn

$\mathbf{ggT}(6;35)=1$. $\boxed{\frac{46}{115}\underset{23}{=}\frac{2}{5}}$ **nennt er *kürzen mit* 23.**

Beachte, dass du auch mit gemeinsamen Teiler hintereinander kürzen darfst.

Beispiel: $\frac{54}{162}\underset{9}{=}\frac{6}{18}\underset{2}{=}\frac{3}{9}\underset{3}{=}\frac{1}{3}$. Hieraus kannst du $\mathbf{ggT}(54;162)=9\cdot2\cdot3=54$ ablesen, denn $\mathbf{ggT}(1;3)=1$.

Na, klar! Jetzt weiß ich, wie ich prüfen kann, ob zwei rationale Zahlen gleich sind!

Wieder schreibt er sich mit Kreide einen Merksatz an die Wand.

Zwei __________ Zahlen sind gleich, wenn ________ Kürzen mit dem ________
__________ die teilerfremden Darstellungen übereinstimmen.

Beispiel: $\frac{12}{16}=\frac{30}{40}$, denn $\frac{12:4}{16:4}=\frac{3}{4}$ und $\frac{30:10}{40:10}=\frac{3}{4}$.

Nun ist wieder Üben, Üben und nochmals Üben angesagt!

Tag 4

Eine Computerstimme ertönt: „Habe die Geschwindigkeit von Warp 70 auf Warp 12 erniedrigt.“

Aristofferus kratzt sich am Kopf. Wie rechnen denn diese Aliens mit diesen rationalen Zahlen, will er wissen.

Er überlegt: „Wenn ich erst von Warp 70 auf Warp 30 und dann von Warp 30 weiter auf Warp 12 gehe, dann müsste es doch möglich sein, eine Antwort zu finden, wenn ich in einem Schritt von Warp 70 auf Warp 12 gehe.“

Also $70 \cdot \frac{\quad}{\quad} = 30$ **und** $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$**, weiß ich . Direkt habe ich** $70 \cdot \frac{\quad}{\quad} = 12$ **.**

Er erstellt eine Tabelle und trägt seine rationalen Zahlen ein.

$70 \cdot$	$\longrightarrow$	$30 \cdot$	$\longrightarrow$	12
	$\frac{3}{7}$		$\frac{2}{5}$	
$70 \cdot$	$\longrightarrow$		$\longrightarrow$	12
		$\frac{\quad}{\quad}$		

Aristofferus erinnerte sich an die Gesetze, die er für natürliche Zahlen kannte. Er notierte:

$5 \cdot$	$\longrightarrow$	$15 \cdot$	$\longrightarrow$	105
	3		7	
$5 \cdot$	$\longrightarrow$		$\longrightarrow$	105
		$3 \cdot 7$		

Ja, damit habe ich es!

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \underline{\qquad}$$

Er weiß nun, wie zwei rationale Zahlen multipliziert werden! Sofort notiert er wieder einen Merksatz.

Zwei rationale Zahlen werden miteinander *multipliziert*, indem ich *Zähler mit* ______ und *Nenner mit* ______

Üben macht die Expertin und den Experten!

Mistelfix hat Aristofferus beobachtet. „Und wenn unser Raumschiff nun von Warp 12 auf Warp 30 beschleunigt, welche rationale Zahl gehört denn dann zu der rationalen Transformation

$12 \cdot \underline{\qquad} = 30$ **?**

Wir nennen dies eine *inverse* rationale Transformation.“

Aristofferus wirkt nachdenklich. „Wenn $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ Geschwindigkeitserniedrigend ist, muss ich doch mit den Zahlen 2 und 5 die Umkehrung erreichen.“

Er rechnet nach.

$$12 \cdot \underline{\qquad} = 30$$

Na klar! Das ist doch wirklich einfach. Er testet nun seine gefundenen Paare von Seite 3 oben, ob sie auch zu derselben inversen Transformation gehören.

Teste du es auch!

$4 \cdot \frac{5}{2} =$	$8 \cdot \frac{5}{2} =$	$12 \cdot \frac{5}{2} = 30$
$4 \cdot \frac{30}{12} =$	$8 \cdot \frac{30}{12} =$	$12 \cdot \frac{30}{12} = 30$

„Dann kann ich auch mit der Multiplikation überprüfen, wann rationale Zahlen invers zueinander sind,“ dachte Aristofferus nach. Er schrieb

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \underline{\qquad} .$$

„Ja, das ist es.“

Zwei rationale Zahlen sind *invers zueinander*, wenn ihr Produkt eins ergibt. Mit der inversen Transformation gelange ich zur Ausgangsgeschwindigkeit zurück.

Erdlinge **nennen $\frac{5}{2}$ auch den *Kehrwert* von $\frac{2}{5}$.**

Übung zeigt, ob du es verstanden hast!

Tag 6

„Du bist schlau!" sagt Mistelfix. „Aber kannst du auch dividieren?"

„Wenn ich die Regel für die Multiplikation kenne, kann das Dividieren auch nicht so schwer sein.

Wenn $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{8}=\frac{21}{40}$ ist, dann ist doch $\frac{21}{40}:\frac{3}{5}=\frac{7}{8}$, also ist $\frac{21}{40}:\frac{3}{5}=\frac{21:3}{40:5}$.

Das ist ja einfach! Also muss ich nur die Umkehraufgabe schreiben

$$\frac{12}{55}:\frac{6}{11}=\frac{}{}.$$

Eine kleine Übung kann nicht schaden!

Tag 7

„Du bist schon ein Schlaumeier," meint Mistelfix. „Wie wär's denn mit dieser Aufgabe?"

$$\frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{}{}$$

Aristofferus schreibt sofort

$$\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{}{}.$$

Da hast du mir aber eine Nuss zu knacken gegeben, sinnte Aristofferus. Wenn oben eine 3 stehen muss, aber keine 2, schreibe ich unten die 2 hin und kann schon kürzen. Dann sieht es so aus.

$$\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}$$

Dann ist das Ergebnis auf der rechten Seite aber $\frac{3}{5}$ und nicht $\frac{3}{8}$. Nun, wenn ich oben die 5 hinschreibe und unten die 8, kann ich wieder kürzen

$$\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{8}$$

und das Ergebnis der rechten Seite ist nun $\frac{2}{8}$, aber nicht $\frac{3}{8}$.

Mistelfix beobachtete aufgeregt Aristofferus Bemühungen. „Na, kommst du weiter,“ säuselt Mistelfix mit einem leichten Grinsen. Dabei hat er das linke Auge leicht geschlossen und sein ovaler Kopf verformt sich etwas. „Gleich habe ich es,“ wobei sich Aristofferus mit der rechten Hand das Kinn rieb und Kreide haften blieb.

Beide Überlegungen standen nun nebeneinander.

$$\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{3\quad}{2\quad} \qquad \frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{5\quad}{8\quad}$$

Kannst du Aristofferus weiterhelfen? Das Ziel ist schon nah!

$$\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{3\quad 5}{8\quad 2} \quad \text{oder} \quad \frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{3\quad 5}{8\quad 2}$$

„Es ist aber einfacher, wenn du erst $\frac{3}{8}$ erweiterst, so dass du dividieren kannst,“ nörgelte Mistelfix.

„Gut, mache ich!“ Aber womit muss Aristofferus erweitern?

$$\frac{3\cdot\quad}{8\cdot\quad}=\frac{2}{5}\cdot\frac{\quad}{\quad}$$

Klar, mit 10!

$$\frac{3\cdot 10}{8\cdot 10}:\frac{2}{5}=\frac{30:2}{80:5}=\frac{15}{16}$$

„Meine Rechnung ist aber einfacher,“ widersprach Aristofferus Mistelfix.

„Siehe! Mit meiner Überlegung habe ich ein Prinzip entdeckt.“

„Aus $\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{3\cdot 5}{8\cdot 2}$ erhalte ich $\frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 5}{8\cdot 2}$ oder $\frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{2}$.

Habe ich dich überzeugt? Mein Merksatz lautet:

Ich *dividiere durch eine rationale Zahl*, indem ich mit *ihrer* ________ *multipliziere*.

„Gut, gut. Du hast gewonnen."

Nun kannst du zeigen, dass du es kannst!

Tag 8

„Hast du deinen Erfolg gut ausgeschlafen?" fragt Mistelfix. „Du lernst schnell! Ich werde dir heute eine harte Nuss zu knacken geben. Unsere Kinder haben hier keine Probleme."

„Lass mal hören!" „Pass mal auf du Erdenzwerg! Wenn das Schiff von 70 Warp auf 30 Warp verlangsamt, ein anderes Mal von 70 Warp auf 20 Warp. Wie kann daraus die rationale Transformation für eine Verringerung von 70 Warp auf 50 Warp berechnet werden? Viel Glück, ich komme in ein paar Stunden wieder." Mit einem hämischen Lächeln, falls man das noch so nennen konnte, verschwand Mistelfix.

„Warte du kleiner eingebildeter Zwerg, dir werde ich es zeigen." zürnte Aristofferus. Sofort erstellte er sich eine Tabelle.

$70\cdot$	$\longrightarrow$	30
	$\frac{3}{7}$	
$70\cdot$	$\longrightarrow$	20
	$\frac{2}{7}$	
$70\cdot$	$\longrightarrow$	50
	$\frac{\quad}{\quad}$	

Darunter schrieb er stellvertretend ein Beispiel für natürliche Zahlen.

$9\cdot$	$\longrightarrow$	18
	2	
$9\cdot$	$\longrightarrow$	45
	5	
$9\cdot$	$\longrightarrow$	63
	7	

Jetzt sah er, dass er das Distributivgesetz verwenden musste.

Erinnerst du dich? Das Distributivgesetz lautet hier $9\cdot(2+5)=9\cdot 2+9\cdot 5$.

Aristofferus erinnerte sich und übertrug es auf die rationale Transformation. Er schrieb:

Aus $70 \cdot \frac{2}{7} = 20$ **und** $70 \cdot \frac{3}{7} = 30$ **folgt** $70 \cdot \frac{2}{7} + 70 \cdot \frac{3}{7} = 50$**, also**

$70 \cdot (\frac{2}{7} \quad \frac{3}{7}) = 50$**.** **Ohne Umweg ist** $70 \cdot \frac{5}{7} = 50$**.**

Demzufolge muss für die Summe der rationalen Zahlen

$$\frac{2}{7} \quad \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

gelten.

Tag 9

Aha, es handelt sich um die Addition von rationalen Zahlen. Dann muss aber

$$\boxed{\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}}$$

sein, denn sonst stimmt die rationale Transformation nicht.

„Na, warte, mein kleiner Freund! Jetzt laufe ich zur Höchstform auf.“ Aristofferus erstellte eine neue Tabelle.

$70 \cdot$	$\longrightarrow$	20
	$\frac{2}{7}$	
$70 \cdot$	$\longrightarrow$	42
	$\frac{3}{5}$	
$70 \cdot$	$\longrightarrow$	62
	$\frac{62}{70}$	

Mal sehen. Hm! Das sieht aber schon schwieriger aus.

$$70 \cdot (\frac{2}{7} + \frac{3}{5}) = 62 \qquad \text{und} \qquad 70 \cdot \frac{31}{35} = 62$$

Trotzdem muss wie oben folgende Gleichheit gelten.

$$\boxed{\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{31}{35}}$$

Aristofferus schaute auf seine beschriebene Wand. Er schlug sich mit der flachen Hand vor die Stirn. „Ich kann doch eine andere Darstellung der rationalen Zahlen nehmen.“ murmelte er vor sich hin.

$$\boxed{\frac{\quad}{35}+\frac{\quad}{35}=\frac{31}{35}}$$

Als Gesetz notierte er:

Bei *gleichem Nenner* addieren sich rationale Zahlen, indem ich die *Zähler* ____________

____________ und den *Nenner* ____________________________

Die vollständige Rechnung hielt Aristofferus an der Wand fest.

Du kannst sie dir bei mir abholen, wenn du bis hierher alles bearbeitest hast.

Bearbeite die nächste Übung!

Mistelfix ist beeindruckt. „Respekt! Ich habe dich wirklich unterschätzt. Dann wird dir die Subtraktion auch nicht schwer fallen.“

Deine Aufgabe besteht nun darin aus der letzten Übung sechs Umkehraufgaben aufzuschreiben. **Schreibe auch einen Merksatz zur Subtraktion auf.**

Tag 10

Ob diese rationalen Zahlen vergleichbar sind, will Aristofferus nun wissen. Er überlegt: Bei einer rationalen Transformation von 30 auf 12 Warp benötige ich die rationale Zahl $\frac{2}{5}$. Wegen $30\cdot\frac{2}{5}=12$, muss $\frac{2}{5}$ zwischen 0 und 1 liegen, denn $30\cdot 0=0$ und $30\cdot 1=30$.

Wenn ich aber von 30 auf 24 Warp gehe, dann benötige ich die rationale Zahl $\frac{4}{5}$. Die Zahl 24 liegt näher an 30 als die Zahl 12. Deshalb ist die Zahl $\frac{4}{5}$ größer als die Zahl $\frac{2}{5}$.

Aristofferus notiert sofort $\frac{2}{5}<\frac{4}{5}$ an der Wand.

Eine mit Warp 30 beginnende größere rationale Transformation benötigt eine kleinere rationale Zahl.

Weiter überlegt er, wenn ich von 30 auf 10 Warp gehe, erhalte ich die rationale Zahl $\frac{1}{3}$. Aber wie kann ich diese Zahl nur mit $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{5}$ vergleichen? Da geht ihm ein Licht auf.

$$\frac{12}{30} = \frac{}{}$$
$$\frac{24}{30} = \frac{}{}, \text{ also } \frac{}{30} < \frac{}{30} < \frac{}{30} \text{ oder } \frac{}{} < \frac{}{} < \frac{}{}$$
$$\frac{10}{30} = \frac{}{}$$

Jetzt kann er endlich die rationalen Zahlen vergleichen. Den Merksatz kann Aristofferus nicht mehr an der Wand notieren, da er nun keine Kreide mehr besitzt.

Schreibe du den Satz auf, damit die Erdlinge etwas dazu lernen.

____

____

____

Tag 11

Mistelfix teilte dem Kollektiv der Aliens seine Untersuchungen über Aristofferus mit. Sie beschlossen ihn wieder zur Erde zurückzubringen. Obwohl auf dem Raumschiff erst 11 Tage vergangen waren, schrieb man auf der Erde bereits das Jahr 400 vor der neuen Zeitrechnung, also 3600 Jahre später.

Aristofferus fand sich gar nicht zurecht, hatte sich doch sehr viel im Abendland verändert. Er wurde sogar angefeindet und man wollte ihm nicht zuhören. Zu fantastisch waren seine Erzählungen. Die Unwissenden hatten jedoch einige Teile seiner Erzählungen behalten und die neuen Zahlen aus undurchschaubaren Gründen Brüche genannt. Die Rechenregeln blieben ihnen aber unbekannt.

Aristofferus schreib daher seine Rationalen Zahlen geheim auf. Erst im 17. Jahrhundert wurden die Rationalen Zahlen wieder entdeckt. Ob wohl Aristofferus Aufzeichnungen gefunden worden waren?

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{2}{7}+\frac{3}{5}&=\frac{10}{35}+\frac{21}{35}\\&=\frac{10+21}{35}\\&=\frac{31}{35}\end{aligned}}$$