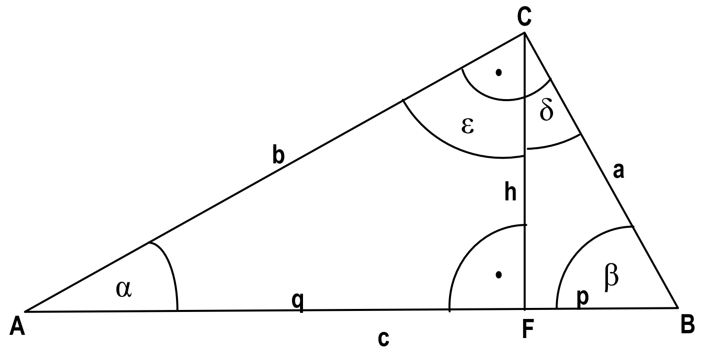
Die Sätze des Euklids und der Satz des Pythagoras

Gegeben ist folgendes rechtwinklige Dreieck.



Aufgabe: ***Sätze des Euklids***

1. **Weise nach, dass** $\alpha = \delta$ **und** $\beta = \varepsilon$ **sind.**
2. **Begründe nun, dass die Dreiecke Δ(AFC) und Δ(CFB) ähnlich sind.**
3. **Alsdann zeige mit Hilfe der Strahlensätze**
   a) $a^2 = c \cdot p$,
   b) $b^2 = c \cdot q$,
   c) $h^2 = p \cdot q$.

Satz des Pythagoras
Addiere nun a) und b) und verwende die Gleichung $c = p + q$ **um** $a^2 + b^2 = c^2$ **nachzuweisen.**

Anleitung:
Schneide aus der Folie die Dreiecke Δ(AFC) und Δ(CFB) aus.

a) **Lege das Dreieck Δ(CFB) auf Δ(AFC), so dass A und C zusammenfallen und** $a \parallel p$ **ist.**
b) **Lege das Dreieck Δ(AFC) seitenverkehrt auf Δ(AFC), so dass A und A zusammenfallen.**
c) **Lege das Dreieck Δ(AFC) auf Δ(CFB), so dass A und C zusammenfallen.**

Lösungen:

1. **Aus** $\beta = 90° - \alpha$ **im Dreieck Δ(ABC) und** $\delta = 90° - \beta$ **im Dreieck Δ(FBC) folgt** $\delta = 90° - \beta = 90° - (90° - \alpha) = 90° - 90° + \alpha = \alpha$. **Aus** $\beta = 90° - \alpha$ **im Dreieck Δ(ABC) und** $\alpha = 90° - \varepsilon$ **im Dreieck Δ(AFC) folgt** $\beta = 90° - \alpha = 90° - (90° - \varepsilon) = 90° - 90° + \varepsilon = \varepsilon$.
2. **Die Dreiecke Δ(CFB) auf Δ(AFC) sind ähnlich, da zwei (und damit drei) Winkel übereinstimmen.**
3. **a)** $\frac{a}{p} = \frac{c}{a} \;\Big|\; \cdot a \cdot p \Rightarrow a^2 = c \cdot p$

   b) $\frac{b}{q} = \frac{c}{b} \;\Big|\; \cdot b \cdot q \Rightarrow b^2 = c \cdot q$

   c) $\frac{h}{p} = \frac{q}{h} \;\Big|\; \cdot h \cdot p \Rightarrow h^2 = p \cdot q$

Nun gilt $a^2 + b^2 = c \cdot p + c \cdot q = c \cdot (p + q) = c \cdot c = c^2$. **Das ist Pythagoras.**

PD Dr. rer. nat. habil. Gert Hillebrandt